特集 直前30日必勝ポイント

生 物

鞠子英雄

2次対策の決め手

2次対策の決め手は，何といっても志望大学の過去問の傾向分析である。生物の全分野をツマミ食いした問題を出す大学もあれば，生理生化学や生態学で大学教養レベルに近い問題を出題する大学もある（東京理科大など）。

前者では，各分野の基礎概念を教科書の索引などを利用して徹底的にクリアした後，グラフや計算のよく出される問題パターンを復習しておくことが望ましい。概してこの傾向にある大学では難問は出題されないから，決して，深入りせず，これまで勉強してきたことのうち，自分にとっての盲点を3度以上くり返し復習するのにとどめておこう。

さて後者だが，このレベルにおいては，小手先のテクニックは全く通用しないので，一般に出回っている参考書は全く役に立たない。やはり正攻法でアプローチするしかない。いずれ大学に入って勉強するのだから，理論的にきちんと理解することも必要だ。

●ロトカ・ヴォルテラ式

理科大・東大・奈良女子大でも出題され生態学でよく知られた**ロトカ・ヴォルテラの食う一食われるに関する問題**を例にして，解説してみよう。君たちはオオカミがウサギを食べるということをイメージしながら読んでみるといい。

オオカミを**捕食者**，その個体数を N_1，ウサギを**被食者**，その個体数を N_2 とする。そのどちらも，**指数成長**，すなわち，**各々のある時間内での個体数の増加率は，各々の個体数に比例する**と仮定しておく。実際は環境抵抗がはたらき，**S字形の成長**になるが，式がやや複雑になるので，ここでは単純な成長として計算してみる。

(1) 捕食者(N_1)の増加率(変化率)

いま t_1 の時の個体数を n_1，t_2 になった時の個体数を n_2 とすると（t_1，t_2 は時間），t_1 から t_2 までの間に個体数が n_1 から n_2 に変化したから，その増加率は，

$$n_2 - n_1 = \varDelta N_1 \qquad t_2 - t_1 = \varDelta t$$

とすると，

$$\frac{\varDelta N_1}{\varDelta t}$$

になるだろう。これが瞬間の増加率であれば微分の形に直して，

$$\frac{dN_1}{dt}$$

になる。数学的には初めの方は差分，後の方は微分

なので，その取り扱いは違ってくるが，いまここでは，そのことを気にせず，**差分**の方で考えていく。捕食者の増加率は個体数に比例と仮定したから

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = r_1 \cdot N_1$$（r_1：捕食者に固有の増加係数。一般に内的自然増加率という）

となる。r_1 の中味を調べると，**捕食者の増加率は，出生率と死亡率の差**として表すことができるだろう。すなわち，

$r_1 =$（出生率－死亡率）

出生率を B_1，死亡率を D_1 とすると，

$$r_1 = B_1 - D_1 \quad \begin{pmatrix} B_1\text{：捕食者出生率} \\ D_1\text{：　〃　死亡率} \end{pmatrix}$$

となる。

さて，いま捕食者は被食者を食べて，その個体数が増えていくと考えてもおかしくないだろう。そうすると，相手の被食者の個体数（N_2）は，捕食者の出生率の項に関与することが分かる。すなわち，

$r_1 = (B_1 \cdot N_2 - D_1)$

となる。これをもとの式に戻すと，

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = (B_1 \cdot N_2 - D_1)N_1 \quad \cdots\cdots(1)$$

という式ができてくる。

⑵ 被食者（N_2）

いま述べてきた考えを被食者にも適用すれば，

$$\frac{\Delta N_2}{\Delta t} = r_2 \cdot N_2$$

ここで被食者では，相手の捕食者に食べられるから，**捕食者の個体数（N_1）が多いほど，死亡数も増える**であろう。そこで，今度は N_1 が被食者の死亡率に関与することになる。すなわち，

$$r_2 = (B_2 - N_1 \cdot D_2) \quad \begin{pmatrix} B_2\text{：被食者の出生率} \\ D_2\text{：　〃　死亡率} \end{pmatrix}$$

もとの式に戻すと，

$$\frac{\Delta N_2}{\Delta t} = (B_2 - N_2 \cdot D_2)N_2 \quad \cdots\cdots(2)$$

となる。(1)と(2)の式を並べると，

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta N_1}{\Delta t} = (B_1 \cdot N_2 - D_1)N_1 \\ \dfrac{\Delta N_2}{\Delta t} = (B_2 - N_1 \cdot D_2)N_2 \end{cases}$$

これは連立方程式であり，これの微分形についての解はすでに詳しく研究されているが，ここでは，**食う－食われるの関係にある両者の個体数変化がどのようになるか**について，もっと簡単な方法で考えてみる。捕食者が被食者を食べ尽くすことはないから，両者の個体数にともに増加率がゼロの時の個体数が存在するはずだ。数学的には $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta t} = 0$，$\dfrac{\Delta N_2}{\Delta t} = 0$ である。

この時の個体数は，

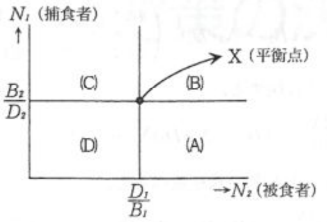
$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = 0 \rightarrow (B_1 \cdot N_2 - D_1)N_1 = 0$$

$$\rightarrow N_2 = \frac{D_1}{B_1}$$

$$\frac{\Delta N_2}{\Delta t} = 0 \rightarrow (B_2 \cdot N_1 - D_2)N_2 = 0$$

$$\rightarrow N_1 = \frac{B_2}{D_2}$$

から，$N_1 = \dfrac{B_2}{D_2}$，$N_2 = \dfrac{D_1}{B_1}$ となるだろう。たて軸に捕食者の個体数をとり，横軸に被食者の個体数をとって，次のような座標を作ってみる。



Xは，**両者の増加率がゼロのときの両者の個体数のぶつかった点**，生態学では**平衡個体数**（平衡点）と呼んでいる。そこでこの座標から，平衡点以外のところで両者の個体数の増加率がどう変化するかみてみよう。すぐに分かるように，$N_2 > \frac{D_1}{B_1}$ の領域では，捕食者の増加率はつねにプラス，つまり，増加し続けている領域である（図ではAとBの領域）。

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = (B_1 \cdot N_2 - D_1)N_1 > \rightarrow \frac{\Delta N_1}{\Delta t} > 0$$

その反対（CとD）は逆に $\frac{\Delta N_1}{\Delta t} < 0$ である。一方，

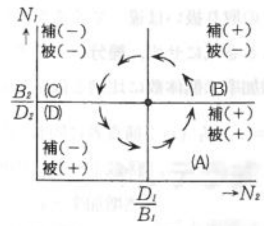
$N_1 < \frac{B_2}{D_2}$ では，被食者が増加し続けている領域となるだろう（図ではAとD）。

$$\frac{\Delta N_2}{\Delta t} = (B_2 - N_1 \cdot D_2)N_2 > 0 \rightarrow \frac{\Delta N_2}{\Delta t} > 0$$

その反対（図ではBとC）は $\frac{\Delta N_2}{\Delta t} > 0$ である。

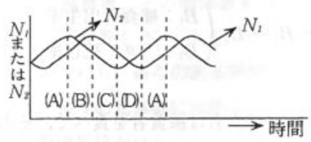
そうすると，次のように両者の増加率の変化を座標からみてとることができるだろう。(＋) は増加し続けていることを示し，(－) は減少し続けていることを示す。

図では時計と反対回りの矢印がついているが，これはさきの連立方程式（正確には連立微分方程式）を解くことによって，sin，cosの入った周期関数での ω（オメガ）（角振動数）が $\omega > 0$ ということにもとづいている。



高校数学ではこの手の連立微分方程式の解き方はやらない。

これを，たて軸に N_1，または N_2，横軸に時間をとってグラフに描いてみると，次のようになる。



このグラフと上の座標との対応は明確であろう。(A)ではともに増加，(B)では N_1 増加，N_2 減少，(C)ではともに減少，(D)では N_1 減少，N_2 増加で，この**A→B→C→Dの順番で，平衡個体数の周りを両者の個体数が振動しながら変化している**のが手にとるように分かるであろう。この変化はシステム論では**「中立安定」**と呼ばれている。

これが，数理生態学の古典ともいうべき**ロトカ・ヴォルテラ式（L―Vモデル）**と呼ばれるもので，この式を出発点として，生態学を数学モデルによって解析する研究が盛んになっていったのである。

実際には，この単純な“L―Vモデル”に従った野外での研究データはみられないが，実験室内で，レモンにつくコウノシロハダニ（被食者）とカブリダニ（捕食者）において，8か月間，個体数の振動がみられた例は知られている。